REVISION pour préparer l'entrée en TERMINALE SPE maths

Quelques jours avant la rentrée, l'équipe de mathématiques du lycée Rudloff, vous conseille vivement de revoir les notions ci-dessous pour débuter votre année dans les meilleures conditions.

THEME 1 : résoudre des équations

De la technique et de la réflexion : pour résoudre ces équations vous devez d'abord réfléchir au type d'équation :

- premier degré : http://www.jaicompris.com/lycee/math/equation/equation-seconde.php
- second degré : http://www.jaicompris.com/lycee/math/equation/equation-general.php
- avec exp : ex 2 de http://www.jaicompris.com/lycee/math/fonction/exponentielle/exponentielle.php
  si vous ne vous souvenez plus bien des propriétés de exp, faire d'abord ex 1, 2, 3 de
  http://www.jaicompris.com/lycee/math/fonction/exponentielle/exponentielle-premiere.php
- avec inconnue au dénominateur : http://www.jaicompris.com/lycee/math/equation/equation-general.php

puis réfléchir aux méthodes liées à ce type d'équation.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $-3(1-5x)-x(4x+2)+3x=5-4x^2$
2. $\frac{2}{3}x^2-\frac{x}{6}-\frac{1}{12}=0$
3. $5x^2+x=-4$
4. $3x^2-4x-1=2x-4$
5. $e^{x^2}=e$
6. $e^{3x-1}=1$
7. $5x^2-1=0$
8. $5x^2-3x=0$
9. $(e^x-e^2)(e^{-x}+5)=0$
10. $xe^{5x}=2x^2e^{5x}$
11. $e^{5x+1}-ee^{2x}=0$
12. $\frac{-x^2+2x+8}{2x+4}=0$

THEME 2 : le signe d'expression

De la technique et de la réflexion : pour déterminer le signe d'une expression, il faut d'abord réfléchir au type d'expression :

- premier degré : http://www.jaicompris.com/lycee/math/equation/equation-seconde.php
- second degré : http://www.jaicompris.com/lycee/math/equation/equation-general.php
- avec exp : ex 2 de http://www.jaicompris.com/lycee/math/fonction/exponentielle/exponentielle.php
- avec inconnue au dénominateur : http://www.jaicompris.com/lycee/math/equation/equation-general.php

puis réfléchir aux méthodes liées à cette recherche de signe

Déterminer le signe des expressions suivantes :

1. $5-4x$
2. $x^2-7x+10$
3. $-6x^2+x+1$
4. $3-3e^{-5x}$
5. $e^{x+2}-1$
6. $x^2e^{-3x}-5e^{-3x}$

<u>THEME 3</u> : dérivation

EXERCICE 3 **Savoir étudier une fonction où apparaît la fonction exponentielle.**

On considère les trois fonctions f, g et h définies sur ℝ par :

$$f(x) = (5 - x)e^x \qquad g(x) = (e^x + 1)(e^x - 3) \qquad h(x) = \frac{x - 2}{e^x}$$

Pour chacune de ces fonctions, on demande :

a) d'exprimer la dérivée en fonction de x.

b) d'étudier le signe de la dérivée sur ℝ.

c) de construire le tableau de variations de la fonction.

d) de vérifier le tableau de variations en traçant la courbe de la fonction sur la calculatrice.

EXERCICE 4 **Savoir dériver une fonction et étudier ses variations**

Dans chacun des cas ci-dessous, où f est une fonction définie et dérivable sur ℝ, calculer la fonction dérivée de f et établir le tableau de variation de f sur ℝ.

1. $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 5x + 7$ **2.** $f(x) = (x^2 + 1)(6x^2 - 10)$ **3.** $f(x) = \dfrac{4x + 1}{2x^2 + 1}$

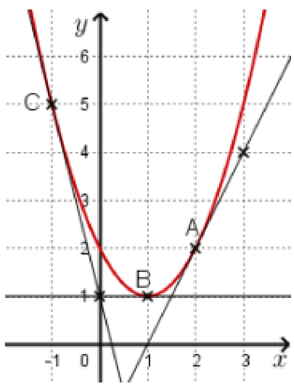
EXERCICE 5 **Savoir déterminer une équation de la tangente à une courbe**

Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = x^2 - 4x + 1$ et C_f sa courbe représentative

a) Déterminer, à la main une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 3.

b) Vérifier votre résultat en traçant, sur votre calculatrice, la tangente T et la courbe C_f.

EXERCICE 6 **Savoir lire un nombre dérivée et déterminer une équation de la tangente à une courbe (bis)**



On donne, ci-contre, la courbe C_f d'une fonction f définie et dérivable sur ℝ, ainsi que ses tangentes T_A, T_B et T_C aux points A, B et C d'abscisses respectives 2, 1 et -1.

1. Déterminer graphiquement :

a) $f(2)$, $f(1)$ et $f(-1)$. **b)** $f'(2)$, $f'(1)$ et $f'(-1)$.

2. En déduire une équation de chacune des tangentes T_A, T_B et T_C.

THEME 4 : suite

EXERCICE 7 **Savoir calculer les premiers termes d'une suite.**

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = 3n - 2$ et $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = 3v_n - 2 \end{cases}$.

1. Pour chacune de ces suites, calculer les quatre premiers termes.
2. On donne ci-dessous, le script Python d'une fonction permettant de calculer le terme de rang n de chacune de ces suites. Compléter cet algorithme :

```
>>> def u(n):
        u = ...
    return u
```

```
>>> def v(n):
        v = ...
        for i in range(1,n+1):
            v = ...
    return v
```

EXERCICE 8 **Etude d'une suite arithmétique.**

Soit (u_n) la suite arithmétique de 1er terme $u_0 = 8$ et de raison $r = 3$.

1. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n en fonction de n.
2. Calculer u_{50}.
3. Calculer $S = \sum_{k=0}^{50} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_{50}$.

EXERCICE 9 **Etude d'une suite géométrique.**

Soit (u_n) la suite géométrique de 1er terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 2$.

1. Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n en fonction de n.
2. Calculer u_9.
3. Calculer $S = \sum_{k=0}^{9} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_9$.

EXERCICE 10

Déterminer les variations des suites suivantes définies pour tout entier naturel n :

1. $u_n = 3 - 2n$
2. $v_n = n^2 - 5n$
3. $r_n = -3 \times 5^n$
4. $w_n = \frac{3}{n-5}$ pour n entier naturel strictement supérieur à 5.
5. $r_{n+1} = r_n - 2n + 14$

EXERCICE 11 : savoir démontrer qu'une suite est arithmétique

Démontrer que les suites (u_n) suivantes définies pour tout entier naturel n, sont arithmétiques

1. $u_n = -3n + 1$
2. $u_{n+1} = \frac{1}{2} + u_n$
3. $u_n = \frac{2-3n}{5}$

EXERCICE 12 : savoir démontrer qu'une suite est géométrique

Démontrer que les suites (u_n) suivantes définies pour tout entier naturel n, sont géométriques

1. $u_n = -3 \times 2^n$
2. $u_{n+1} = \frac{u_n}{4}$ et $u_0 = -1$
3. $v_{n+1} = 0{,}95v_n + 12$ *et* $v_0 = 300$; $u_n = v_n - 240$