

Exercice 1

Pierre et Louis montent en marchant un escalier mécanique en mouvement.

Lorsque Louis arrive en haut, il a monté 21 marches alors que Pierre qui marche deux fois plus vite en a monté 28.

Arrivé en haut, Pierre décide de redescendre, toujours à la même vitesse.

Combien de marches devra-t-il descendre ?

Exprimons la vitesse (en marches par secondes) de l'escalator v_E en fonction de la vitesse de Louis v_L à l'aide d'un coefficient : $v_E = k \times v_L$ où k est un réel positif.

Alors, pendant la montée de Louis, Louis a monté lui-même 21 marches et l'escalator en a pris en charge $21 \times k$ puisque le temps de montée est le même pour Louis et pour l'escalator.

La montée comporte donc $M = 21 + 21 \times k$ marches en tout.

Or Pierre a monté 28 marches, donc pendant son temps de montée, l'escalator en a pris en charge $M - 28$ soit $21 + 21k - 28$ soit $21k - 7$ marches.

Exprimons la vitesse de Pierre : $v_P = 2 \times v_L = 2 \times \frac{v_E}{k}$ donc $v_P = \frac{2}{k} \times v_E$.

Puisque le temps de montée est le même pour l'escalator et pour Pierre, on a aussi $28 = \frac{2}{k} \times (21k - 7)$ en considérant le nombre de marches gravies par les jambes de Pierre et celles prises en charge par l'escalator.

Cette égalité devient $28 = 42 - \frac{14}{k}$ puis $\frac{14}{k} = 14$ soit $k = 1$.

La montée comporte donc $M = 21 + 21 \times 1$ soit 42 marches en tout.

Louis et l'escalator vont à la même vitesse (tous les deux 21 marches en montant), et Pierre deux fois plus vite (il a gravi 28 marches pendant que l'escalator en prenait 14 en charge).

Et pendant la descente ? Et bien Pierre va descendre $42 + 42$ marches, soit deux fois plus que l'escalator qui en remontera ... 42 pendant ce temps.

Pierre va donc descendre 84 marches.